

Simulasi Model Jaringan Selular melalui Pemrograman Integer

Simulation of Cellular Network Model by Integer Programming

Agustina Pradjaningsih

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

ABSTRACT

Integer programming is a particular form or variety of the linear program, in which one or more of its values in the solution vector have integer. Integer programming can be applied on the network analysis and telecommunication. In this paper, integer programming is used to solve the problems of optimizing the route between cell i and HUB (Home Unit Base) j so that the cost for making a network model, especially cellular network, can be minimized.

Keywords : Cellular network, integer programming

PENDAHULUAN

Sistem kerja panggilan dari sebuah ponsel yang disambungkan ke sebuah cell sites disalurkan melalui gelombang radio. Setiap sel ini di-cover oleh satu BS yang mempunyai daya pancaran 800-1900 MHz dengan dilengkapi antenna untuk mengatur cakupan wilayahnya.

Terdapat elemen lain pendukung sistem selular yaitu cell sites (seperti: Antenna, Base Station) dan sebuah MSC (Mobile Switching Centre) yang bertugas mengatur beberapa *cell sites* dan *Base Station*. Untuk lebih memudahkan dalam pengaturan lalu lintas (*traffic*) panggilan yang padat diperlukan adanya manajemen trafik, yang dalam hal ini ditambahkan pemasangan peralatan yang disebut HUB (Home Unit Base) pada masing-masing Base Station yang berfungsi sebagai pusat layanan pengaturan dan untuk menjaga kualitas komunikasi agar semakin lancar (Kubat *et al.* 2000).

Ketidakstabilan penerimaan sinyal yang kurang baik seringkali menimbulkan masalah bagi pengguna telepon selular (ponsel), hal ini dikarenakan adanya barrier atau penghalang yang menyebabkan sinyal tidak dapat ditangkap oleh pengguna ponsel. Ketidakstabilan sinyal ini dapat dikurangi dengan memakai prinsip diversitas yaitu menyediakan dua atau lebih sinyal input pada unit penerima. Oleh karena itu untuk memastikan bahwa frekuensi sinyal dapat meluas hingga mencapai ke semua bagian pada kawasan tertentu sehingga beberapa pengguna dapat menggunakan ponsel mereka secara simultan terus menerus, diperlukan adanya sebuah desain jaringan.

Desain jaringan selular pernah pula dibahas dengan menggunakan algoritma genetik (Poon *et al.* 2000) dan juga pemrograman integer campuran (Mazzini & Mateus 2005) yang membutuhkan langkah-langkah yang lebih rumit dibanding pemrograman integer biasa. Oleh karena itu akan ditunjukkan bahwa Pemrograman Integer yang berada dalam ruang lingkup pemrograman linier dapat juga digunakan untuk menyelesaikan permasalahan desain jaringan di atas. Langkah yang dilakukan yaitu dengan membuat formulasi terlebih dahulu ke dalam bentuk program linier integer (Wolsey 1998), selanjutnya mengoptimalkan rute antara sel i dengan HUB j sehingga biaya model jaringan khususnya pada jaringan selular dapat diminimalkan

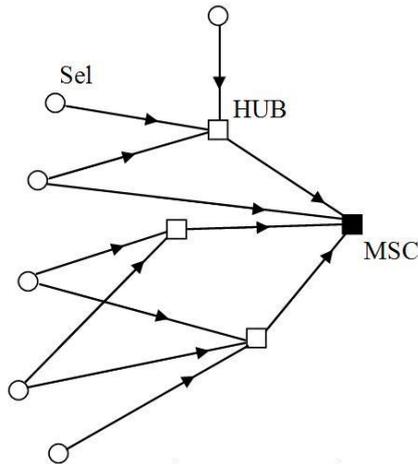
Dalam kajian kuantum, persamaan Schrödinger dengan massa bergantung posisi atau position-dependent mass (PDM) telah menarik banyak perhatian karena mempunyai aplikasi yang luas dalam berbagai riset ilmu fisika seperti sistem kuantum N-partikel, sistem material terkondensasi, semikonduktor, dan sebagainya (Quesne *et al.* 2005).

METODE

Graph

Topologi dari sistem jaringan selular dapat dipresentasikan dalam bentuk graf berarah $G(N,A)$, dimana N sama dengan $V \cup H$ dengan V menyatakan simpul-simpul sel $(v_1, v_2, v_3, \dots, v_N)$ dan H menyatakan simpul-simpul HUB $(h_1, h_2, h_3, \dots, h_M)$ tidak termasuk simpul akar [Chartrand 1993]. Gambar 1 merupakan contoh dari topologi jaringan selular yang diilustrasikan dalam graf pohon dengan MSC sebagai akar. Simpul-simpul dari sel i digambarkan dengan lingkaran dan simpul HUB j

digambarkan dengan kotak persegi warna putih, sedangkan simpul 0 atau akar (MSC) digambarkan dengan kotak persegi warna hitam. Rute trafik (xi,j) yang dikirim dari masing-masing sel baik ke simpul HUB maupun ke simpul akar digambarkan dengan garis lurus dan tanda panah.



Gambar 1. Topologi pohon pada jaringan selular.

Pemrograman integer

Andaikan Z menyatakan biaya total yang harus dianggarkan dalam pembuatan model jaringan selular dengan biaya ci,j yang dikenakan pada setiap sel i yang melakukan rute koneksi dengan HUB j atau terdapat link antara sel i dengan HUB j, sehingga dapat diilustrasikan sebagai:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{jika sel } i \text{ merutekan koneksi ke HUB } j \\ 0, & \text{jika } i \text{ tidak merutekan koneksi ke HUB } j \end{cases} \quad (1)$$

untuk $i = 1,2,3,\dots,N$ dan $j = 1,2,3,\dots,M$.

Permasalahan jaringan selular pada persamaan (1) dapat dimodelkan dengan pemrograman integer berikut:

Meminimumkan

$$Z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in R} c_{i,j} \cdot x_{i,j} \quad (2)$$

dengan kendala

$$1. \sum_{j \in R} x_{i,j} = s_i, \text{ untuk semua } i \in V \quad (3)$$

$$2. \sum_{i \in V} \sum_{j \in R} \frac{D_i}{s_i} \cdot a_{j,l} \cdot x_{i,j} \leq K_l, \text{ untuk semua } l \in H \quad (4)$$

$$3. \sum_{j \in T_q} x_{i,j} \leq 1, \text{ untuk semua } i, q = 1,\dots,Q \quad (5)$$

$$4. x_{i,j} = 0 \text{ atau } 1 \text{ untuk semua } i, j \quad (6)$$

dengan Q adalah pohon; $\{T_1, T_2, T_3, \dots, T_Q\}$; untuk setiap dua pohon, $T_i \cap T_j = \emptyset$; R adalah $H + 0$; semua simpul HUB ditambah simpul akar MSC; Z adalah biaya total tahunan dari pemasangan jaringan; $c_{i,j}$ adalah tarif yang dikenakan untuk setiap koneksi

antara sel i ke HUB j ; $x_{i,j}$ adalah rute koneksi antara sel i dengan HUB j (0 atau 1); D_i adalah permintaan rute pada masing-masing sel i guna dikirim ke MSC; K_l adalah kapasitas link l untuk koneksi antara sel i dengan HUB j ; s_i adalah jumlah diversitas yang diperlukan pada masing-masing sel i dengan $s_i = 1, 2$; $a_{j,l}$ adalah koefisien data tersembunyi; $a_{j,l} = 1$ jika link l terdapat pada lintasan dari MSC ke HUB j , $a_{j,l} = 0$ sebaliknya. Sel dengan diversitas 1 ($s_i = 1$) artinya sel akan merutekan 100% jalur permintaan trafik secara langsung ke MSC. Sedangkan sel dengan diversitas 2 ($s_i = 2$) artinya sel akan membagi permintaan menjadi sama yaitu 50% trafik akan dirutekan ke simpul HUB kemudian yang 50% akan dirutekan ke simpul HUB yang lain atau ke simpul akar MSC. Dengan kata lain, sel tidak hanya merutekan pada simpul HUB yang berbeda tetapi simpul HUB ini harus pada pohon yang berbeda, dan memiliki akar di MSC, sehingga jika terdapat sebuah link antara sel dan HUB ada yang putus maka hanya 50% trafik yang hilang.

Pemrograman linier relaksasi (linear programming relaxations)

Penentuan sebuah solusi optimal x^* dari Persamaan (2), dengan cara menghilangkan satu gugus kendala yang membuat masalah kompleks menjadi sederhana. Pada masalah ini kendala utama yang dimaksud adalah kendala yang memerlukan masing-masing peubah berupa integer.

Sebuah masalah program linier relaksasi (RP): $ZRP = \max \{f(x) : x \in T \subseteq R_n\}$ adalah sebuah relaksasi dari (IP): $Z = \max \{c(x) : x \in X \subseteq R_n\}$ jika: $X \subseteq T$, dan $f(x) \geq c(x)$ untuk semua $x \in X$ [Wolsey 1998].

Keterangan:

- RP : relaxation programming
- IP : integer programming
- T : daerah fisibel untuk program linier relaksasi
- X : daerah fisibel untuk program integer
- R_n : himpunan bilangan real dimensi ke-n
- R_+^n : himpunan bilangan real non negatif dimensi ke-n
- ZRP : himpunan penyelesaian untuk program linier relaksasi

Daerah fisibel (*feasible region*) pada sebuah program integer merupakan himpunan dari daerah fisibel pada program relaksasi. Hal ini benar karena daerah fisibel pada program integer diperoleh dari penambahan batas untuk daerah fisibel dari program linier relaksasi. Sehingga pada saat menyelesaikan masalah maksimisasi, nilai optimal fungsi obyektif akan selalu lebih kecil atau sama dengan nilai optimal dari program relaksasi, sehingga program relaksasi menghasilkan sebuah nilai batas atas (*upper bound*) untuk nilai optimal fungsi obyektif. Untuk kasus minimisasi pada program integer, program relaksasi menghasilkan sebuah batas bawah (*lower bound*) (Ignizio & Cavalier 1994). Jadi dari

hal diatas diperoleh proposisi Jika (RP) adalah sebuah relaksasi dari (IP) maka $ZRP \geq ZIP$.

Untuk program integer $\max \{c(x) : x \in P \cap Z_n\}$ dengan bentuk $P = \{x \in R_+^n : Ax \leq b\}$, program linier relaksasi adalah program linier dengan $ZIP = \max \{c(x) : x \in P\}$ [ZIP : himpunan penyelesaian untuk program integer].

Pendekatan heuristik

Pendekatan heuristik sering diterjemahkan sebagai pendekatan iteratif. Ada beberapa pendekatan heuristik yang sering ditemukan dalam penyelesaian masalah program linier yaitu masalah tidak memiliki “algoritma konvergen” yang efisien. Pada kasus ini heuristik merupakan satu-satunya alternatif dan apabila masalah mempunyai algoritma konvergen yang efisien, misalnya pemilihan pivot pada pemrograman linier, maka dalam hal ini heuristik dapat digunakan untuk mempercepat penyelesaian masalah (Foulds 1984).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang dipakai pada penelitian ini adalah data simulasi yang disajikan seperti Tabel 1 dan Tabel 2 berikut dengan D_i adalah permintaan rute pada masing-masing sel i guna dikirim ke MSC dan s_i adalah jumlah diversitas yang diperlukan pada masing-masing sel i ; $s_i = 1,2$. Perhitungan yang dipergunakan pada tulisan ini dilakukan secara manual sehingga sebagai simulasi hanya dipergunakan 12 data, selanjutnya untuk data yang lebih banyak dapat dibuat program yang lebih memudahkan perhitungan.

Tabel 1. Tujuan dan Biaya Sambungan link dari Sel i ke HUB j .

Tujuan dari Sel i ke HUB j	Biaya c_{ij}	Tujuan dari Sel i ke HUB j	Biaya c_{ij}
1 => 3	Rp. 4.320	7 => 2	Rp. 3.650
2 => 0	Rp.11.560	7 => 4	Rp. 3.520
3 => 0	Rp.12.650	8 => 0	Rp. 8.645
4 => 0	Rp. 1.260	8 => 2	Rp. 9.325
4 => 2	Rp. 3.580	9 => 0	Rp.10.145
4 => 3	Rp. 3.690	9 => 3	Rp. 5.695
5 => 0	Rp. 6.350	10 => 0	Rp. 5.632
5 => 4	Rp. 5.630	10 => 3	Rp. 6.358
6 => 0	Rp. 5.820	11 => 0	Rp. 5.985
7 => 0	Rp. 3.650	12 => 4	Rp. 6.528

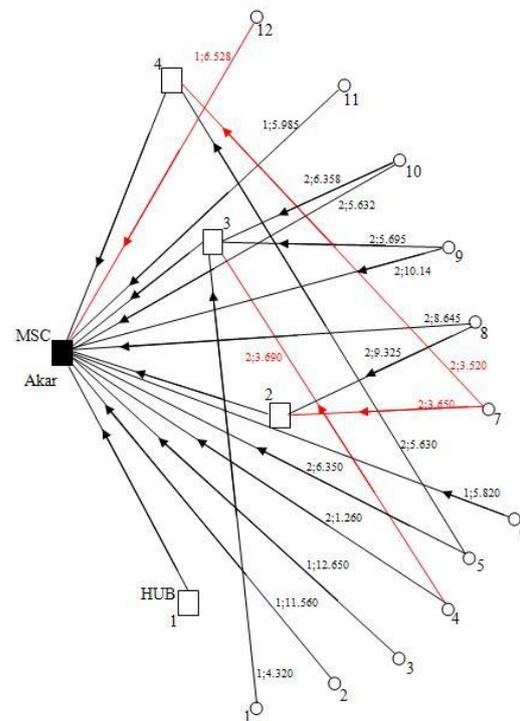
Catatan: Besarnya biaya dihitung dalam ribuan rupiah

Seperti pada Tabel 1 di atas, HUB 0 adalah menyatakan akar atau MSC dari sebuah jaringan. Untuk memperjelas Tabel 1 diberikan Gambar 2, dimana angka di atas garis

menunjukkan biaya sambungan antara sel i dengan HUB j . Biaya ditulis dalam skala 1: 1000, maksudnya jika ditulis 1 berarti 1000 rupiah, sedangkan angka disamping kiri biaya menunjukkan keperluan diversitas pada masing-masing sel i .

Tabel 2. Rute panggilan/link dan jumlah diversitas yang diperlukan sel i .

Sel i	D_i	s_i	$\frac{D_i}{S_i}$
1	50	1	50
2	32	1	32
3	30	1	30
4	64	2	32
5	46	2	23
6	35	1	35
7	40	2	20
8	32	2	16
9	12	2	6
10	16	2	8
11	24	1	24
12	23	1	23



Gambar 2. Rute trafik panggilan pada sebuah jaringan selular dengan sel sebanyak 12.

Permintaan Di di atas berupa sinyal digital yang ditujukan ke MSC dalam satuan Kb/s (kilobite per detik) dan si yang digunakan pada masing-masing sel i untuk desain jaringan ini hanya 1 dan 2. Sedangkan kapasitas Kl pada masing-masing HUB disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Kapasitas Kl pada masing-masing HUB j.

HUB j	Kl
0	64
1	76
2	98
3	118
4	98

Pemrograman integer

Dari data diatas, masalah jaringan selular dapat dimodelkan ke dalam pemrograman integer berikut:

Meminimumkan

$$Z = 4.320x_{1,3} + 11.560x_{2,0} + 12.650x_{3,0} + 1.260x_{4,0} + 3.580x_{4,2} + 3.690x_{4,3} + 6.350x_{5,0} + 5.630x_{5,4} + 5.820x_{6,0} + 3.650x_{7,0} + 3.650x_{7,2} + 3.520x_{7,4} + 8.645x_{8,0} + 9.325x_{8,2} + 10.145x_{9,0} + 5.695x_{9,3} + 5.632x_{10,0} + 6.358x_{10,3} + 5.985x_{11,0} + 6.528x_{12,4}$$

dengan kendala

$$\left. \begin{aligned} x_{4,0} + x_{4,2} + x_{4,3} &= 2 \\ x_{5,0} + x_{5,4} &= 2 \\ x_{7,0} + x_{7,2} + x_{7,4} &= 2 \\ x_{8,0} + x_{8,2} &= 2 \\ x_{9,0} + x_{9,3} &= 2 \\ x_{10,0} + x_{10,3} &= 2 \\ x_{1,3} = x_{2,0} = x_{3,0} = x_{6,0} = x_{11,0} = x_{12,4} &= 1 \end{aligned} \right\} (8)$$

$$\left. \begin{aligned} 32x_{4,2} + 20x_{7,2} + 16x_{8,2} &\leq 98 \\ 50x_{1,3} + 32x_{4,3} + 6x_{9,3} + 16x_{10,3} &\leq 118 \end{aligned} \right\} (9)$$

$$32x_{5,4} + 20x_{7,4} + 23x_{12,4} \leq 98$$

$$x_{4,2} + x_{4,3} \leq 1$$

$$x_{7,2} + x_{7,4} \leq 1$$

$$\left. \begin{aligned} x_{1,3}; x_{2,0}; x_{3,0}; x_{4,0}; x_{4,2}; x_{4,3}; x_{5,0}; x_{5,4}; \\ x_{6,0}; x_{7,0}; x_{7,2}; x_{7,4}; x_{8,0}; x_{8,2}; x_{9,0}; \\ x_{9,3}; x_{10,0}; x_{10,3}; x_{11,0}; x_{12,4} \end{aligned} \right\} \text{nilai integer} \quad (11)$$

Persamaan (8) dimaksudkan agar nantinya keperluan diversitas si pada masing-masing sel i dapat terpenuhi dan untuk keperluan diversitas ini hanya memakai diversitas 1 dan 2. Persamaan (9) dimaksudkan agar kapasitas yang akan dikirim ke MSC tidak melebihi kapasitas yang dimiliki oleh masing-masing HUB j yang dilewati oleh rute panggilan. Sedangkan pada Persamaan (10) dimaksudkan jika sel dengan diversitas lebih dari 2 ($si \geq 2$) maka sel ini membagi permintaan rute menjadi sama yaitu 50% trafik dirutekan ke simpul HUB kemudian yang 50% dirutekan ke simpul HUB yang lain atau bisa ke simpul akar yaitu MSC, sehingga jika terdapat sebuah link antara sel dan HUB ada yang putus maka hanya 50% trafik yang hilang.

Pemrograman linier relaksasi

Selanjutnya digunakan metode pemrograman linier relaksasi dengan menghilangkan kendala yang berupa bilangan integer yaitu persamaan (11), sedangkan persamaan (7)-persamaan (10) tetap dipakai dan ditulis kembali sebagai persamaan baru yang termasuk dalam pemrograman Linear Relaksasi sebagai berikut :

Meminimumkan

$$Z = 4.320x_{1,3} + 11.560x_{2,0} + 12.650x_{3,0} + 1.260x_{4,0} + 3.580x_{4,2} + 3.690x_{4,3} + 6.350x_{5,0} + 5.630x_{5,4} + 5.820x_{6,0} + 3.650x_{7,0} + 3.650x_{7,2} + 3.520x_{7,4} + 8.645x_{8,0} + 9.325x_{8,2} + 10.145x_{9,0} + 5.695x_{9,3} + 5.632x_{10,0} + 6.358x_{10,3} + 5.985x_{11,0} + 6.528x_{12,4}$$

dengan kendala

$$\left. \begin{aligned} x_{4,0} + x_{4,2} + x_{4,3} &= 2 \\ x_{5,0} + x_{5,4} &= 2 \\ x_{7,0} + x_{7,2} + x_{7,4} &= 2 \\ x_{8,0} + x_{8,2} &= 2 \\ x_{9,0} + x_{9,3} &= 2 \\ x_{10,0} + x_{10,3} &= 2 \\ x_{1,3} = x_{2,0} = x_{3,0} = x_{6,0} = x_{11,0} = x_{12,4} &= 1 \end{aligned} \right\} (13)$$

$$32x_{4,2} + 20x_{7,2} + 16x_{8,2} \leq 98$$

$$50x_{1,3} + 32x_{4,3} + 6x_{9,3} + 16x_{10,3} \leq 118$$

$$32x_{5,4} + 20x_{7,4} + 23x_{12,4} \leq 98$$

$$x_{4,2} + x_{4,3} \leq 1$$

$$x_{7,2} + x_{7,4} \leq 1$$

Dari Persamaan (13)-Persamaan (15) diperoleh nilai $x_{i,j}^*$ sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} x_{1,3}^* = 1; x_{2,0}^* = 1; x_{3,0}^* = 1; x_{4,0}^* = 1; x_{5,0}^* = 1; x_{5,4}^* = 1; x_{6,0}^* = 1; x_{7,0}^* = 1; \\ x_{8,0}^* = 1; x_{8,2}^* = 1; x_{9,0}^* = 1; x_{9,3}^* = 1; x_{10,0}^* = 1; x_{10,3}^* = 1; x_{11,0}^* = 1; x_{12,4}^* = 1 \end{aligned} \right\}$$

Hasil $x_{i,j}^*$ diatas dimasukkan ke Persamaan (13) diperoleh kendala

$$\left. \begin{aligned} x_{4,2} + x_{4,3} &= 1 \\ x_{7,2} + x_{7,4} &= 1 \\ x_{1,3} = x_{2,0} = x_{3,0} = x_{4,0} = x_{5,0} = x_{5,4} = \\ x_{6,0} = x_{7,0} = x_{8,0} &= 1 \\ x_{8,2} = x_{9,0} = x_{9,3} = x_{10,0} = x_{10,3} = x_{11,0} = x_{12,4} &= 1 \\ 32x_{4,2} + 20x_{7,2} + 16x_{8,2} &\leq 98 \\ 50x_{1,3} + 32x_{4,3} + 6x_{9,3} + 16x_{10,3} &\leq 118 \\ 32x_{5,4} + 20x_{7,4} + 23x_{12,4} &\leq 98 \end{aligned} \right\} \begin{matrix} (16) \\ (17) \end{matrix}$$

Hasil akhir dari semua nilai $x_{i,j}^*$ yang merupakan solusi dari nilai-nilai $x_{i,j}$ dengan memakai metode pemrograman linier relaksasi, diperoleh:

$$\begin{aligned} x_{1,3}^* &= 1; x_{2,0}^* = 1; x_{3,0}^* = 1; x_{4,0}^* = 1; x_{4,2}^* = 0,4667; x_{4,3}^* = 0,5333; x_{5,0}^* = 1; x_{5,4}^* = 1; \\ x_{6,0}^* &= 1; x_{7,0}^* = 1; x_{7,2}^* = 0,8133; x_{7,4}^* = 0,1867; x_{8,0}^* = 1; x_{8,2}^* = 1; x_{9,0}^* = 1; x_{9,3}^* = 1; \\ x_{10,0}^* &= 1; x_{10,3}^* = 1; x_{11,0}^* = 1; x_{12,4}^* = 1; Z^{RP} = 122.903,142 \text{ (dalam ribuan rupiah)} \end{aligned}$$

Dari nilai-nilai $x_{i,j}^*$ di atas maka diperoleh hasil model jaringan selular senilai Rp. 122.903.142,- tetapi masih terdapat nilai $x_{i,j}^*$ yang bernilai pecahan.

Pendekatan heuristik

Pendekatan heuristik digunakan untuk mendapatkan penyelesaian yang bernilai integer.

a. Fase pertama (pembuatan sambungan link langsung ke MSC)

Fase ini bertujuan untuk mengumpulkan link yang menuju MSC yang bernilai pecahan pada baris sel i pada matriks M_0 kemudian menjadikan link menuju MSC tersebut menjadi bernilai 1 atau $(1 - x_{i,0})$. Sehingga link $[i,j^*]$ menjadi bebas atau 0. Adapun langkah-langkah yang digunakan pada fase ini adalah:

1. diberikan solusi non integer dari persamaan (11)
2. buat matriks $M_0[i,j]$ dengan i adalah baris sel dan j adalah kolom HUB, dengan elemen $M_0[i,j]$ adalah 1, 0 atau nilai pecahan kurang dari 1.
3. telusuri semua sel i dari pertama hingga sel terakhir, jika sel i memiliki link pecahan dan jika $M_0[i,0] \neq 1$ (link antara sel i dan MSC bebas) maka buat link 1 pada $[i,0]$ dengan mengurangi 1 dengan nilai awal pada $[i,0]$ sehingga link antara sel i dengan MSC bernilai 1 dan link $[i, j^*]$ menjadi bebas atau 0.
4. buat matriks baru M_1 .

Dari hasil $x_{i,j}^*$ pada perhitungan dengan program linier relaksasi kemudian dibuat matriks M_0 seperti Tabel 4.

Tabel 4. Matriks M_0 pada fase pertama.

		HUB j				
Sel		0	1	2	3	4
i	0	1	2	3	4	
1	0	0	0	1	0	
2	1	0	0	0	0	
3	1	0	0	0	0	
4	1	0	0,4667	0,5333	0	
5	1	0	0	0	1	
6	1	0	0	0	0	
7	1	0	0,8133	0	0,1867	
8	1	0	1	0	0	
9	1	0	0	1	0	
10	1	0	0	1	0	
11	1	0	0	0	0	
12	0	0	0	0	1	

Pada tabel di atas baris ke-4, 7, mempunyai nilai pecahan dan dari kedua baris sel di atas yaitu link $[4,0]$ dan link $[7,0]$ tidak terdapat link yang menuju MSC yang bernilai pecahan, sehingga pada fase ini tidak terjadi pengiriman link lengkap menuju MSC. Hal ini membuat Fase Pertama yang ditunjukkan oleh matriks baru M_1 sama seperti pada matriks M_0 yang ditunjukkan pada Tabel 4.

b. Fase kedua (proses penyalan link)

Fase ini bertujuan untuk memindahkan link lengkap (link = 1) dari link $[i',j^*]$ menuju link $[i',0]$, sehingga link $[i',0]$ menjadi bernilai 1. Tujuan link $[i',0]$ diubah menjadi bernilai 1 adalah untuk melengkapi link $[i, j^*]$ agar kapasitas link pada HUB j^* juga bernilai 1 atau $(1 - x_{i,j^*})$ dengan mengumpulkan link $(1 - x_{i,j^*})$ dari sel i tersebut kemudian memindahkan link yang bernilai pecahan untuk memenuhi link $[i, j^*]$ agar bernilai 1. Adapun langkah-langkah pada fase ini adalah:

1. telusuri semua sel i yang memiliki link ke MSC yang bernilai 0.
2. pilih link yang bernilai 1 pada link $[i', j^*]$ pada baris sel i yang mampu menaikkan kapasitas link $[i, j^*]$ yang bernilai pecahan dengan mengurangi $(1 - x_{i,j^*})$ sehingga link pecahan $[i, j^*]$ menjadi bernilai 1.
3. pindahkan link $[i, j]$ menuju link $[i',0]$ sehingga link $[i',0]$ menjadi bernilai 1.
4. buat matriks baru M_2

Pada Tabel 4, baris sel i yang ke-1 dan ke-12 memiliki link yang menuju MSC bernilai 0 yaitu link [1,0] dan link [12,0]; dan pada sel i ke-12 ini memiliki link lengkap dan juga pada link [12,4] memiliki kapasitas yang lebih untuk menaikkan kapasitas pada sel i yang ke-7 yaitu pada link [7,4] dengan mengurangi $(1 - x_{7,4})$ atau $(1 - 0,1867)$ sehingga link [7,4] menjadi 1 dan link [7,2] menjadi bebas atau 0. Kemudian pindahkan link [12,4] menuju link [12,0] sehingga link [12,0] menjadi bernilai 1. Kemudian dibuat matriks baru M_2 seperti disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5 Matriks M2 pada fase kedua.

		HUB j				
Sel		0	1	2	3	4
i		0	1	2	3	4
1		0	0	0	1	0
2		1	0	0	0	0
3		1	0	0	0	0
4		1	0	0,4667	0,5333	0
5		1	0	0	0	1
6		1	0	0	0	0
7		1	0	0	0	1
8		1	0	1	0	0
9		1	0	0	1	0
10		1	0	0	1	0
11		1	0	0	0	0
12		1	0	0	0	0

c. Fase ketiga (proses pencarian kapasitas)

Tujuan dari fase ini adalah mengisi link yang bebas atau link yang memiliki nilai pecahan terkecil dengan link lengkap (link = 1), dan link pada sel i yang bernilai pecahan dijumlahkan untuk dipindah menuju link yang memiliki nilai pecahan terkecil sebelumnya sehingga link yang memiliki nilai pecahan terbesar menjadi bebas atau 0. Adapun langkah-langkah yang digunakan pada fase ini adalah:

telusuri mulai dari sel 1

1. ubah link yang bernilai pecahan menuju HUB j^* yang bebas kemudian link yang bernilai pecahan dibebaskan.
2. ulangi langkah 1 dan 2 sampai semua sel i telah diperiksa semua.
3. buat matriks baru M_3

Pada Tabel 5 di atas hanya sel ke-4 yang masih memiliki link yang bernilai pecahan, dengan link [4,2] memiliki nilai terkecil.

Sehingga jumlah dari link [4,2] dan link [4,3] dipindah menuju link yang memiliki nilai pecahan kecil yaitu link [4,2] sehingga link [4,2] bernilai satu. Dengan demikian link $x_{4,3}$ menjadi bebas atau 0. Kemudian dibuat matriks baru M_3 seperti disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6 Matriks M3 pada fase ketiga

		HUB j				
Sel		0	1	2	3	4
i		0	1	2	3	4
1		0	0	0	1	0
2		1	0	0	0	0
3		1	0	0	0	0
4		1	0	1	0	0
5		1	0	0	0	1
6		1	0	0	0	0
7		1	0	0	0	1
8		1	0	1	0	0
9		1	0	0	1	0
10		1	0	0	1	0
11		1	0	0	0	0
12		1	0	0	0	0

d. Fase keempat (minimalisasi biaya)

Fase ini merupakan fase terakhir pada perhitungan dengan pendekatan secara heuristik. Tujuan dari fase ini adalah meminimalkan biaya dari semua fase yang telah dihitung. Jika biaya dari link $[i, j]$ lebih murah dari biaya link $[i, 0]$ maka dengan memindahkan permintaan D_i dari link $[i, 0]$ menuju link $[i, j]$ sehingga rute dengan biaya minimum antara sel i dengan HUB j dapat terpenuhi. Adapun langkah-langkah yang digunakan pada fase ini adalah:

1. pilih link yang bernilai 1 pada link $[i', j^*]$ pada baris sel i yang mampu menaikkan kapasitas link $[i, j^*]$ yang bernilai pecahan dengan mengurangi $(1 - x_{i,j^*})$ sehingga link pecahan $[i, j^*]$ menjadi bernilai 1.
2. pindahkan link $[i, j]$ menuju link $[i', 0]$ sehingga link $[i', 0]$ menjadi bernilai 1.
3. buat matriks baru M_4

Pada Tabel 6 di atas untuk kolom HUB yang ke-2 dan ke-3 memerlukan sebuah link untuk memenuhi kapasitas yang dimiliki oleh masing-masing HUB tersebut dan biaya dari link [7,0] sama dengan biaya link [7,2] sehingga link [7,0] yang bernilai 1 dipindahkan menuju link [7,2]. Kemudian dibuat matriks baru M_4 seperti disajikan pada Tabel 7.

- Foulds LR. 1984. *Combinatorial Optimization For Undergraduates*. New York: Springer_Verlag New York. Inc.
- Poon KF, Conway A, Wardrop & Mellis J. 2000. Application of Genetics Algorithm G to Network and Design Planning, *BT Technology Journal* **18**(4).
- Kubat P, Smith JM & Yum Calvin. 2000. Design of Cellular Network With Diversity and Capacity Constraint. *IEEE Transactions on Reliability*. **49**(2):165-175
- Mulyanta ES. 2003. *Kupas Tuntas Telepon Selular Anda*. Yogyakarta: Andi.
- Wolsey LA. 1998. *Integer Programming*. New York: John Wiley and Sons. Inc.